

ПАЛАТИНИ ФОРМАЛИЗМІНДЕГІ $f(R)$ ГРАВИТАЦИЯ ТЕОРИЯЛАРЫНДАҒЫ ОҒАШ ЖҮЛДЫЗДАРДЫ ЗЕРТТЕУ

Құрбан Ермахан Ерболұлы

kuermahan@gmail.com

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университетінің М090-5304-24-05 «Физика» мамандығы бойынша 2-курс магистранты, Астана, Қазақстан.

Ғылыми жетекшісі: Профессор, PhD, ф.-м.ғ.к. Мырзақұл Ш. Р.

Аннотация: Бұл жұмыста Палатини формализмі аясындағы $f(R)$ гравитация теорияларындағы оғаш жұлдыздардың қасиеттері зерттелген. Зерттеу барысында материя ретінде MIT қапшық моделіне сәйкес келетін, деконфайнментке ұшыраған кварктардың релятивистік газы қарастырылды. Жалпы салыстырмалылық теориясымен салыстыра отырып, Старобинский $f(R) = R + R^2/(6M^2)$ және $R - \mu^4 R$ модельдері үшін модификацияланған Толмен-Оппенгеймер-Волков теңдеулері сандық түрде интегралданды. Алынған нәтижелер негізінде кварк жұлдыздарының масса-радиус диаграммалары құрылып, модификацияланған гравитация параметрлерінің жұлдыздың ішкі құрылымына әсері талданды

Кілт сөздер: $f(R)$ гравитация, Палатини формализмі, оғаш жұлдыздар, күй теңдеуі.

Abstract: This work investigates the properties of strange stars within $f(R)$ gravity theories in the Palatini formalism. A relativistic gas of de-confined quarks, corresponding to the MIT bag model, was considered as the matter source. In comparison with General Relativity, the modified Tolman-Oppenheimer-Volkoff equations were numerically integrated for the Starobinsky $f(R) = R + R^2/(6M^2)$ and $R - \mu^4 R$ models. Based on the numerical results, mass-radius diagrams for quark stars were constructed, and the influence of modified gravity parameters on the internal structure of the star was analyzed.

Key words: $f(R)$ gravity, Palatini formalism, strange stars, equation of state.

Қазіргі деректер Ғаламның үдемелі кеңейіп жатқанын растайды. Бұл құбылысты түсіндірудегі балама тәсілдердің бірі — Эйнштейн теориясының табиғи жалпыламасы болып табылатын $f(R)$ гравитация теориясы [1, 2, 3].

Жұлдызды қалдықтар мен нейтрондық жұлдыздар сияқты ықшам нысандар жұлдыздар эволюциясының соңғы кезеңі болып табылады. Соңғы бақылаулар (аса жарық аса жаңа жұлдыздар) нейтрондардың одан әрі тығыздалуынан пайда болатын жаңа нысан — «оғаш жұлдыздардың» бар болу мүмкіндігін көрсетті. Бұл нысандар модификацияланған гравитация модельдерін тексеруге арналған таптырмас «табиғи зертхана» болып табылады [4, 5, 6, 7].

Біз Жалпы салыстырмалылық теориясындағы (ЖСТ) релятивистік жұлдыздарды, атап айтқанда, оғаш жұлдыздарды қарастырамыз [6, 8]. Бастапқы нүкте ретінде космологиялық тұрақтысы бар Эйнштейннің өріс теңдеулері алынады:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}, \quad (1)$$

мұнда біз Ньютон тұрақтысын бірге тең деп алдық ($G = 1$), ал сыртқы есепте материяның энергия-импульс тензоры нөлге айналады. Материя үшін біз қысымы p , энергия тығыздығы ρ және күй теңдеуі $p(\rho)$ болатын мінсіз сұйықтықты аламыз. Энергия-импульс тензорының ізі (trace) келесі түрде беріледі: $T = -\rho + 3p$. Оғаш жұлдыздар жағдайында біз деконфайнментке ұшыраған (еркін) кварктардың релятивистік газына сәйкес келетін, сондай-ақ MIT қапшық моделі [11] ретінде белгілі ең қарапайым күй теңдеуін қарастырамыз:

$$p = \frac{1}{3}(\rho - 4B), \quad (2)$$

мұндағы қапшық тұрақтысы $B = 57 \text{ MeV}/\text{fm}^{-3}$ деп алынды (бұл қарапайым MIT қапшық моделінде нейтрондардың ud -материя тамшыларына коагуляцияланбауы үшін қажетті $59 \text{ MeV}/\text{fm}^{-3}$ мәнінен

сәл кішірек [12], [13], [14]). Статикалық сфералық-симметриялы кеңістік-уақыт метрикасы үшін біз келесі анзақты қарастырамыз:

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + g(r)dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad (3)$$

мұндағы $f(r)$ және $g(r)$ — радиалдық қашықтыққа тәуелді екі белгісіз функция. Сыртқы есеп үшін келесі белгілі шешім алынады:

$$f(r) = g(r)^{-1} = 1 - \frac{2M}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3}, \quad (4)$$

мұндағы M — жұлдыздың массасы. Ішкі шешім үшін біз $g(r)$ функциясының орнына келесідей анықталатын $m(r)$ функциясын енгіземіз:

$$g(r)^{-1} = 1 - \frac{2m(r)}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3}, \quad (5)$$

осылайша жұлдыз бетінде екі шешімді сәйкестендіру арқылы біз $m(R) = M$ теңдігін аламыз, мұндағы R — жұлдыздың радиусы. Космологиялық тұрақтысы нөлге тең емес релятивистік жұлдыздың ішкі шешіміне арналған әйгілі Толмен-Оппенгеймер-Волков теңдеулері [15] келесі түрде жазылады [16]:

$$m'(r) = 4\pi r^2 \rho(r), \quad (6)$$

$$p'(r) = -(p + \rho) \frac{m(r) + 4\pi p r^3 - \frac{\Lambda r^3}{3}}{r^2 \left(1 - \frac{2m(r)}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3}\right)}, \quad (7)$$

мұнда штрих белгісі r бойынша дифференциалдауды білдіреді. Теңдеулер жүйесі $m(r=0) = 0$ және $p(r=0) = p_c$ бастапқы шарттарымен интегралданады, мұндағы p_c — орталық қысым. Жұлдыз радиусы оның бетіндегі қысымның нөлге айналу шартымен $p(R) = 0$ анықталады, ал жұлдыздың массасы $M = m(R)$ арқылы беріледі. Жалпы салыстырмалылық теориясындағы жоғарыда аталған күй теңдеулері бар оғаш жұлдыздар космологиялық тұрақтының теріс және оң мәндері үшін [16] жұмысында зерттелген. Космологиялық тұрақтының байқалатын мәні қандай да бір елеулі әсер ету үшін тым кішкентай. Тек Λ мәні B қапшық тұрақтысымен салыстырмалы болғанда ғана байқалатын эффект береді.

Енді біз келесі түрдегі әсер (action) арқылы сипатталатын модельдерді қарастырамыз:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{f(R)}{8\pi} + \mathcal{L}_M \right), \quad (8)$$

мұндағы $f(R)$ — Риччи скалярының ерікті функциясы, ал \mathcal{L}_M — материяның Лагранжиан тығыздығы. Палатини формализмінде өріс теңдеулері келесі түрге ие болады [6, 8]:

$$F(R)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}f(R)g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}, \quad (9)$$

мұндағы $F(R) = df(R)/dR$ — $f(R)$ функциясының R бойынша алынған бірінші туындысы. Ескере кететін жайт, $f(R) = R$ және $F(R) = 1$ болғанда, бұл өріс теңдеулері Жалпы салыстырмалылық теориясының стандартты теңдеулеріне келеді. Жоғарыдағы өріс теңдеулерінің ізін (trace) алу арқылы біз Риччи скаляры R мен материяның энергия-импульс тензорының ізі $T = -\rho + 3p$ арасындағы байланысты сипаттайтын келесідей алгебралық теңдеуге ие боламыз [6, 8]:

$$RF(R) - 2f(R) = 8\pi T. \quad (10)$$

Егер T ізі r радиусына тәуелді болмаған жағдайларда, өріс теңдеулері нөлге тең емес космологиялық тұрақтысы бар Эйнштейн теңдеулеріне ұқсас таныс түрге ие болады, атап айтқанда [6, 8]:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda_\rho g_{\mu\nu} = \frac{8\pi T_{\mu\nu}}{F_\rho}, \quad (11)$$

мұндағы тиімді (эффeктивті) космологиялық тұрақты келесі түрде беріледі:

$$\Lambda_\rho = \frac{1}{2} \left(R - \frac{f(R)}{F(R)} \right), \quad (12)$$

бұл шама із теңдеуін шешетін R_0 мәнінде есептеледі. Дәл осы жағдай F_ρ үшін де орынды. T ізі r радиалдық қашықтығының функциясы болатын жалпы күй теңдеуі үшін политроптық жұлдыздарға арналған [6, 9] жұмысында жасалғандай, толық өріс теңдеулерін интегралдау қажет. Егер біз $f(r) = e^{A(r)}$ және $g(r) = e^{B(r)}$ деп алсақ, онда $A(r), B(r)$ функциялары үшін дифференциалдық теңдеулер келесідей болады [6, 8, 9]:

$$A' = -\frac{1}{1+\gamma} \left(\frac{1-e^B}{r} + \frac{\alpha}{r} - 8\pi r \rho \frac{e^B}{F} \right), \quad (13)$$

$$B' = \frac{1}{1+\gamma} \left(\frac{1-e^B}{r} + \frac{\alpha+\beta}{r} + 8\pi r \rho \frac{e^B}{F} \right), \quad (14)$$

мұндағы $\gamma = (rF')/(2F)$, ал α, β коэффициенттері келесідей беріледі:

$$\alpha = r^2 \left(\frac{3}{4} \left(\frac{F'}{F} \right)^2 + \frac{2F'}{rF} + \frac{e^B}{2} \left(R - \frac{f}{F} \right) \right), \quad (15)$$

$$\beta = r^2 \left(\frac{F''}{F} - \frac{3}{2} \left(\frac{F'}{F} \right)^2 \right). \quad (16)$$

$p = (1/3)(\rho - 4B)$ күй теңдеуіне қайта оралсақ, сыртқы есеп үшін энергия-импульс нөлге айналады, ал тиімді космологиялық тұрақты $\Lambda_0 = \Lambda_\rho(T=0)$ болады. Осылайша, Палатини формализмінде энергия-импульс тензорының ізі тұрақты болғанда, есеп нөлге тең емес космологиялық тұрақтысы бар кәдімгі Жалпы салыстырмалылық теориясы (ЖСТ) есебіне және сұйықтық үшін жаңа қысым $\tilde{p} = p/F_\rho$ мен жаңа энергия тығыздығына $\tilde{\rho} = \rho/F_\rho$ келіп тіреледі. Модификацияланған қысым мен энергия тығыздығы бастапқы күй теңдеуін қанағаттандырғанымен, енді қапшық тұрақтысы дәл сондай фактормен модификацияланып, $\tilde{B} = B/F_\rho$ түріне ие болады.

Демек, біз интегралдауымыз қажет TOV (Толмен-Оппенгеймер-Волков) теңдеулері $B \rightarrow \tilde{B}$ ауыстыруын жасаған кезде ЖСТ-дағы өз күшін сақтайды. Сонымен қатар, ЖСТ-мен салыстырғандағы тағы бір маңызды айырмашылық ішкі және сыртқы шешімдерді сәйкестендіру кезінде туындайды. Себебі, $f(R)$ гравитация теорияларында жұлдыздың ішінде және сыртында екі түрлі космологиялық тұрақты пайда болады. Бұл жұлдыз массасының енді келесі формуламен анықталатынын білдіреді [6, 9]:

$$M = m(R) + \frac{(\Lambda_\rho - \Lambda_0)R^3}{6}. \quad (17)$$

Енді біз екі нақты модельді қарастырамыз, атап айтқанда: Старобинский моделі [17], $f(R) = R + R^2/(6M^2)$, сонымен қатар қазіргі ғарыштық үдеуді сипаттау үшін қолданылатын $1/R$ моделі [6, 18], $R - \mu^4/R$. Әрбір модель масса шкаласы болып табылатын жалғыз параметрмен сипатталады. Старобинский моделінде ЖСТ-ға енгізілетін түзетулер ерте Ғалам үшін маңызды және егер $M \sim 10^{12}$ GeV болса, біз сәтті инфляциялық модельге ие бола аламыз. Ал екінші модельде түзетулер кеш уақыттар үшін маңызды және масса шкаласы $\mu \sim H_0 \sim 10^{-33}$ eV құрайды [6, 18], мұндағы H_0 — бүгінгі Хаббл параметрі. M, μ параметрлерінің космологиялық тұрғыдан қызықты диапазондарында оғаш жұлдызға әсері шамалы. Дегенмен, бұл жұмыста масса шкалалары тек екі еркін параметр ретінде алынады және біз жоғарыда аталған мәндерді қарастырмаймыз. R^2 гравитациясындағы оғаш жұлдыздар [19, 20] жұмыстарында да зерттелген, бірақ Эйнштейн фреймінде, ал бұл мақалада біз Джордан фреймінде және Палатини формализмінде жұмыс істейміз.

а) *Старобинский моделі*: $f(R) = R + R^2/(6M^2)$ түріндегі модель үшін бізге қажетті функциялар келесідей табылады:

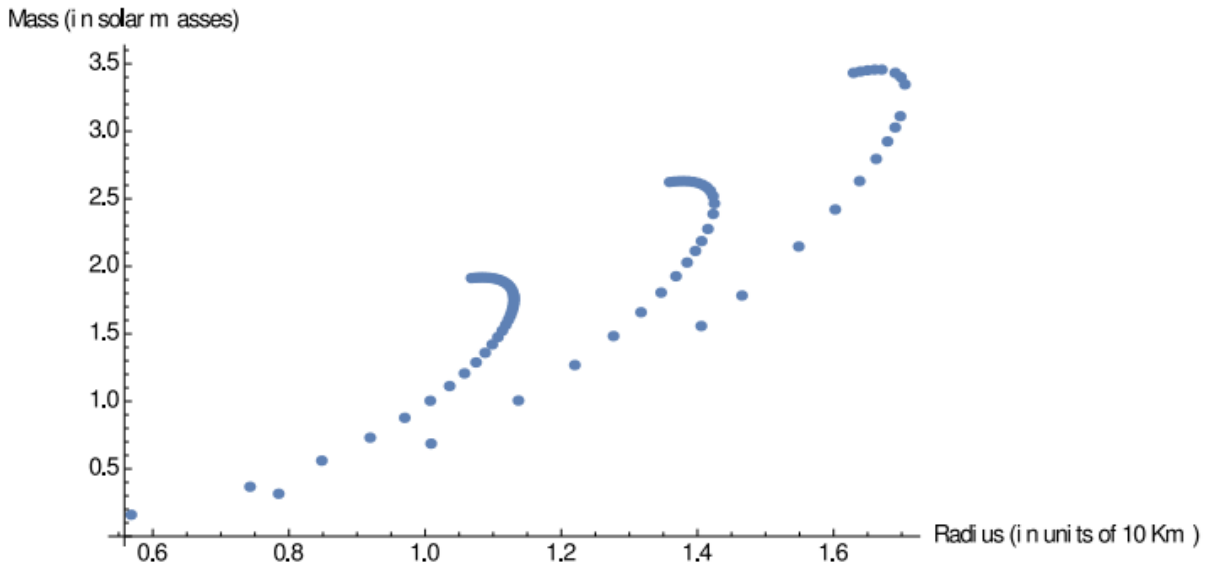
$$R_0 = 32\pi B, \quad (18)$$

$$F_\rho = 1 + \frac{32\pi B}{3M^2}, \quad (19)$$

$$\Lambda_\rho = \frac{256\pi^2 B^2}{32\pi B + 3M^2}, \quad (20)$$

$$\Lambda_0 = 0, \quad (21)$$

өйткені оғаш жұлдыздар үшін энергия-импульс ізі $T = -4B$. Біз $F_\rho = 3/2$ және $F_\rho = 2$ болатын M -нің екі түрлі мәнін қарастырдық. Төмендегі 1-суретте біз Старобинский моделі үшін $M = \sqrt{\frac{64\pi B}{3}}$ және $M = \sqrt{\frac{32\pi B}{3}}$ болғандағы масса-радиус диаграммасын көрсетеміз, сонымен қатар салыстыру үшін ЖСТ-ға сәйкес келетін стандартты нәтижелерді келтіреміз.



Сурет 1 ЖСТ-дағы және екі түрлі M масса шкаласы үшін Старобинский моделіндегі кварк жұлдыздарына арналған масса-радиус диаграммасы. Солдан оңға қарай: $F = 1$, $F_\rho = 3/2$, $F_\rho = 2$.

б) $1/R$ моделі: Бұл жағдайда сәйкес функциялар келесідей есептеледі:

$$R_0 = 16\pi B + \sqrt{3\mu^4 + 256\pi^2 B^2}, \quad (22)$$

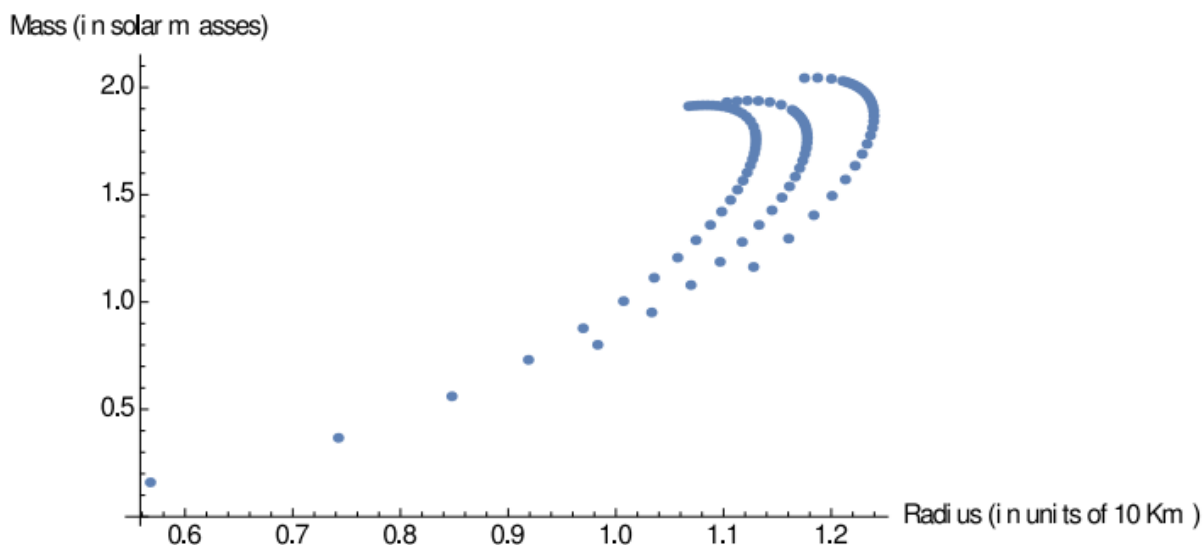
$$F_\rho = 1 + \frac{\mu^4}{(16\pi B + \sqrt{256\pi^2 B^2 + 3\mu^4})^2}, \quad (23)$$

$$\Lambda_\rho = \frac{\mu^4(16\pi B + \sqrt{256\pi^2 B^2 + 3\mu^4})}{\mu^4 + (16\pi B + \sqrt{256\pi^2 B^2 + 3\mu^4})^2}, \quad (24)$$

$$\Lambda_0 = \frac{\sqrt{3}\mu^2}{4}. \quad (25)$$

Біз μ масса шкаласының екі түрлі мәнін қарастырдық, олар үшін $F_\rho = 1.05511$ және $F_\rho = 1.11112$ болады. Төмендегі 2-суретте біз $\mu = 3\sqrt{\pi B}$ және $\mu = 4\sqrt{\pi B}$ мәндеріне арналған масса-радиус диаграммасын салыстыру үшін ЖСТ (Жалпы салыстырмалылық теориясы) нәтижелерімен

бірге көрсетеміз. 1-ші және 2-ші суреттердегі сандық нәтижелер оғаш жұлдыздардың ішкі шешімі таңдалған модельге және әр модельдің параметріне байланысты айтарлықтай өзгеруі мүмкін екенін анық көрсетеді.



Сурет 2 1-суреттегідей, бірақ $R - \mu^4 R$ моделі үшін. Солдан оңға қарай: $F = 1$ (ЖСТ), $F_\rho = 1.05511$, $F_\rho = 1.11112$.

Аяқтамас бұрын соңғы ескертуді айта кеткен орынды. [6, 16, 19, 20] жұмыстарына сүйене отырып, біз мұнда қапшық моделіне сәйкес келетін ең қарапайым күй теңдеуін, атап айтқанда, сәулелену мен қапшық тұрақтысының қосындысын қарастырдық. Егер жетілдірілген күй теңдеуі қолданылса [6, 13], онда энергия-импульс тензорының ізі, жоғарыда айтылғандай, бұдан былай тұрақты болмайды және толық өріс теңдеулерін интегралдау қажеттілігі туындайды. Бұл жағдайда дәл осы $f(R)$ модельдерінің болжамдары өзгеріске ұшырайды. Осы жаңа болжамдардың біздің жұмыста алынған нәтижелерден қаншалықты ерекшеленетінін зерттеу ғылыми тұрғыдан өте қызықты болар еді, сондықтан біз бұл мәселені болашақ зерттеу жұмыстарымызда қарастыруды жоспарлаймыз.

Қорыта айтқанда, бұл жұмыста біз Палатини формализміндегі $f(R)$ гравитация теорияларындағы оғаш жұлдыздарды зерттедік. Бір жағынан, модификацияланған гравитация теорияларының бұл класы космологиялық тұрақтысыз және жаңа динамикалық өрісті енгізбей-ақ қазіргі ғарыштық үдеуді түсіндіре алатыны белгілі. Екінші жағынан, оғаш жұлдыздар — бұл деконфайнментке ұшыраған кварктардан тұратын нейтрондық жұлдыздар сияқты гипотетикалық ықшам нысандар. Бұл құрам теориялық тұрғыдан неғұрлым тұрақты конфигурацияға алып келеді, осылайша қалыпты аса жаңа жұлдыздардан 100 есе жарығырақ болатын аса жарық аса жаңа жұлдыздарда бөлінетін орасан зор энергия мөлшерін түсіндіре алады.

Біз Жалпы салыстырмалылық теориясы (ЖСТ) аясында бұған дейін зерттелген MIT қапшық моделінен алынған $p = (1/3)(\rho - 4V)$ қарапайым күй теңдеуін қарастырдық. Мұнда біз M немесе μ масса параметрінің екі түрлі мәні үшін екі белгілі нақты $f(R)$ моделін, атап айтқанда, $R + R^2/(6M^2)$ және $R - \mu^4/R$ модельдерін талдадық. Орталық қысымның көптеген әртүрлі мәндерін бастапқы шарт ретінде ала отырып, модификацияланған Толмен-Оппенгеймер-Волков теңдеулерін сандық түрде интегралдадық және соңында әрбір жағдай үшін масса-радиус диаграммасын көрсеттік. Салыстыру үшін дәл сол суретте Жалпы салыстырмалылыққа сәйкес келетін стандартты диаграмма да келтірілген.

Қолданылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Copeland E. J., Sami M., Tsujikawa S. Dynamics of dark energy //International Journal of Modern Physics D. – 2006. – Т. 15. – №. 11. – С. 1753-1935;
- 2 Capozziello S., Francaviglia M. Extended theories of gravity and their cosmological and astrophysical applications //General Relativity and Gravitation. – 2008. – Т. 40. – №. 2. – С. 357-420;

- 3 Shapiro S. L., Teukolsky S. A. Black holes, white dwarfs and neutron stars: the physics of compact objects. – John Wiley & Sons, 2024;
- 4 Ofek E. O. et al. SN 2006gy: an extremely luminous supernova in the galaxy NGC 1260 //The Astrophysical Journal Letters. – 2007. – T. 659. – №. 1. – C. L13-L16;
- 5 Leahy D., Ouyed R. Supernova SN2006gy as a first ever Quark Nova? //Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2008. – T. 387. – №. 3. – C. 1193-1198;
- 6 Panotopoulos G. Strange stars in $f(R)$ theories of gravity in the Palatini formalism //General Relativity and Gravitation. – 2017. – T. 49. – №. 5. – C. 69;
- 7 Babichev E., Langlois D. Relativistic stars in $f(R)$ gravity //Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology. – 2009. – T. 80. – №. 12. – C. 121501;
- 8 Kainulainen K., Reijonen V., Sunhede D. Interior spacetimes of stars in Palatini $f(R)$ gravity //Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology. – 2007. – T. 76. – №. 4. – C. 043503;
- 9 Kainulainen K. et al. Spherically symmetric spacetimes in $f(R)$ gravity theories //Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology. – 2007. – T. 76. – №. 2. – C. 024020;
- 10 Koivisto T. Matter power spectrum in $f(R)$ gravity //Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology. – 2006. – T. 73. – №. 8. – C. 083517;
- 11 Chodos A. et al. New extended model of hadrons //Physical Review D. – 1974. – T. 9. – №. 12. – C. 3471;
- 12 Chodos A. et al. Baryon structure in the bag theory //Physical Review D. – 1974. – T. 10. – №. 8. – C. 2599;
- 13 Toneev V. D. et al. Strangeness production in nuclear matter and expansion dynamics //The European Physical Journal C-Particles and Fields. – 2003. – T. 32. – №. 3. – C. 399-415;
- 14 Ivanov Y. B. et al. Lattice QCD constraints on hybrid and quark stars //Physical Review C—Nuclear Physics. – 2005. – T. 72. – №. 2. – C. 025804;
- 15 Tolman R. C. Static solutions of Einstein's field equations for spheres of fluid //Physical Review. – 1939. – T. 55. – №. 4. – C. 364;
- 16 Zamani M. et al. Different Magnetic Field Distributions in Deformed Neutron Stars //Iranian Journal of Astronomy and Astrophysics. – 2019. – T. 6. – №. 1. – C. 9-23;
- 17 Starobinsky A. A. A new type of isotropic cosmological models without singularity //Physics Letters B. – 1980. – T. 91. – №. 1. – C. 99-102;
- 18 Carroll S. M. et al. Is cosmic speed-up due to new gravitational physics? //Physical Review D. – 2004. – T. 70. – №. 4. – C. 043528;
- 19 Staykov K. V. et al. Slowly rotating neutron and strange stars in R^2 gravity //Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. – 2014. – T. 2014. – №. 10. – C. 006-006;
- 20 Astashenok A. V. Neutron and quark stars in $f(R)$ gravity //International Journal of Modern Physics: Conference Series. – World Scientific Publishing Company, 2016. – T. 41. – C. 1660130.